Comprobamos nuestros aprendizajes

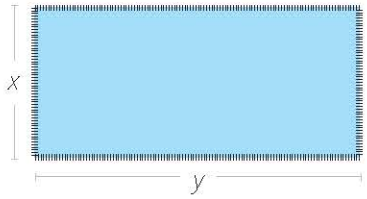
Propósito: Seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos en funciones cuadráticas. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre el cambio que produce el signo del coeficiente cuadrático de una función cuadrática en su gráfica, las relaciones entre coeficientes y variación en la gráfica y otras relaciones que descubrimos. También justificamos y comprobamos la validez de nuestras afirmaciones mediante ejemplos o propiedades matemáticas.

Situación significativa A

Jorge decidió cercar una parte de su terreno, para lo cual compró en oferta 300 m de malla. El deseo de Jorge es cercar el máximo terreno rectangular posible. ¿Cuáles serían las dimensiones del terreno cercado y qué área tendría?

Resolución

Representamos mediante un rectángulo el terreno, para plantear una ecuación relacionando los lados del terreno y, así, hallar el perímetro y el área:



Ancho del terreno: x
Largo del terreno: y

Como se conoce el perímetro, se tiene:

$2x + 2y = 300$

$x + y = 150 \rightarrow y = 150 - x$

Calculamos el área: $A = x \cdot y$

Reemplazamos "y": $A = x(150 - x)$

$A = -x^2 + 150x$

Obtenemos una función cuadrática donde el coeficiente del término cuadrático es negativo. Entonces, la gráfica de esta función será una parábola que se abre hacia abajo.

Se pide hallar el área máxima. Entonces, como estrategia utilizaremos la fórmula para hallar el vértice, ya que este punto será el valor máximo de la función; además, de $A = -x^2 + 150x$, obtenemos $a = -1$, $b = 150$ y $c = 0$.

$$\text{Reemplazamos y resolvemos: } V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right) = \left(\frac{-(150)}{2 \cdot (-1)}; \frac{-150^2 + 4 \cdot (-1) \cdot 0}{4 \cdot (-1)}\right) = (75; 5625)$$

Por tanto, el ancho deberá medir 75 m y el área, 5625 m^2.

Respuesta: Para que Jorge pueda cercar la máxima parte de su terreno con 300 m de malla, deberá considerar un cuadrado de lado de 75 m que tendría un área de 5625 m^2.

1. Describe el procedimiento utilizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. ¿Por qué el vértice se considera como punto o valor máximo? ¿En qué situación el vértice sería el punto o valor mínimo?

3. Escribe las diferencias entre área y perímetro de una figura geométrica.

4. ¿A qué corresponden los valores a, b y c en la fórmula del vértice? $V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right)$

Situación significativa B

Un vendedor de frutas tiene 100 kg de naranja para la venta a S/2 por kilogramo; además, cada día que pasa se estropea 1 kg. Cuando baja la oferta de la fruta, el precio se incrementa en S/0,10 por kilogramo. Entonces, la función que representa el ingreso por la venta de todas las naranjas en relación con el número de días que transcurren está dada por el producto de la cantidad por el precio:

$$F(x) = (100 - x)(2 + 0{,}1x)$$

Donde: "x" representa los días. ¿En cuántos días debe vender las naranjas para obtener el máximo ingreso? ¿Cuánto es el máximo ingreso que obtiene?

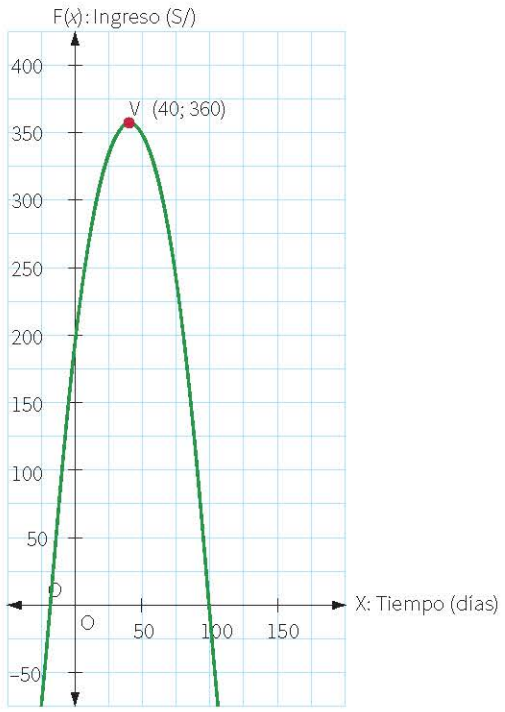
Resolución

Tabulamos y organizamos en una tabla los resultados obtenidos con la función *ingreso*:

$$F(x) = (100 - x)(2 + 0{,}1x)$$

Tiempo (días)	0	20	40	60	80	100
Ingreso (S/)	200	320	360	320	200	0

Es posible obtener las coordenadas del vértice utilizando el software GeoGebra, por lo que esta situación también puede resolverse con las TIC. El vértice representa el punto máximo de la función, ya que la parábola se abre hacia abajo:



Respuesta: Las naranjas se deben vender en 40 días para obtener el máximo ingreso, que será S/360.

1. ¿Qué estrategias se emplearon en el desarrollo?

2. ¿De qué otra manera se puede expresar la función $F(x) = (100 - x)(2 + 0{,}1x)$?

3. ¿Qué sucede con el ingreso si la venta se realiza en 20 días?

4. ¿Qué sucede con el ingreso si la venta excede los 40 días?

5. ¿Qué partes de la gráfica obtenida no corresponden a la resolución de la situación significativa? Argumenta tu respuesta.

Situación significativa C

El pueblo Zeta fue invadido por una plaga de mosquitos. Los enfermeros del centro de salud recibieron la medicina para la cura, con la indicación de administrar a los niños la dosis mínima de la expresión $R(x) = x^2 - 50x + 2500$, donde "x" es la dosis en miligramos. Calcula la dosis mínima de la medicina que los enfermeros deben administrar a los niños para curarlos de la picadura de los mosquitos.

Aprendemos a partir del error

Resolución

Por las características de la función cuadrática:

$R(x) = x^2 - 50x + 2500$

Se puede deducir que su gráfica será una parábola que se abre hacia arriba ($a = 1$, entonces $a > 0$). Por tanto, su vértice representará los valores mínimos de la función.

Calculamos utilizando la fórmula para hallar el vértice:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right) = \left(\frac{-(50)}{2 \cdot (1)}; \frac{-50^2 + 4 \cdot (1) \cdot 2500}{4 \cdot (1)}\right) = (-25\ ;\ 1875)$$

Respuesta: Recordemos que "x es la dosis en miligramos". Por lo tanto, el valor mínimo es de –25 mg, dosis que los enfermeros deberán administrar a los niños para curarlos.

1. ¿Puede el valor de la dosis ser un número negativo? ¿A qué crees que se debió ese resultado?

2. Realiza la corrección y responde: ¿qué valores tendrían las coordenadas del vértice?